

Tallenes historie – fra sten og ben til null og én

Tekst/illustrasjoner:

Anne Schjelderup/Clipart.com

Filosofiske spørsmål:

Anne Schjelderup og Øyvind Olsholt

Sist oppdatert: 15. november 2003

Det har tatt menneskeheten lang tid å opparbeide seg den tallforståelse og de regneferdigheter vi har idag. For det er ikke slik at menneskene naturlig kan telle. Tall og tallforståelse er noe vi lærer. Her skal vi se hvordan det hele begynte for tusenvis av år siden, først ved å bruke ord til å representere tall, deretter ved å utvikle stadig mer avanserte tall- og posisjonssystemer. Vi skal også høre om tallet null og det binære tallsystemet.

Tall og telling er noe vi lærer

Det er ikke slik at menneskene naturlig kan telle. Tall og tallforståelse er noe vi lærer. Om du ikke hadde lært å telle, ville du ikke ha tenkt over at det var mulig å gjøre det.

La oss nå tenke oss at du var en gjeter som aldri hadde lært om tall, hvordan ville du da ha holdt rede på flokken din, og visst om noen av sauene manglet?

Det er mange måter å holde rede på mengder på. Du kunne f.eks. ha samlet stener, en sten for hver sau. Så kunne du ha sammenlignet antall stener med antall sauer og sett om noen av sauene manglet. Eller du kunne ha hatt en trepinne eller et ben som du risset inn merker i – ett merke for hver sau. Det er funnet spor som viser at allerede i steinalderen brukte menneskene slike metoder for å holde rede på mengder.

Innen matematikken kalles et slikt system for «én-til-én korrespondanse». En sau er det samme som en sten eller ett merke. Det er det samme vi gjør når vi gir poeng i spill: ett riktig svar eller én scoring gir ett poeng.

Ord for tall

Men hva om gjeteren skulle snakke med en annen om hvor mange sauer han hadde? Eller hva om en pottemaker skulle fortelle hvor mange krukker han hadde laget den dagen? Det kunne jo hende at de hadde glemt å ta med seg trebiten der de hadde risset inn antallet, og det kunne sannelig bli tungt å gå rundt med en haug med stener i lommene.

Det ble etter hvert nødvendig å *bruke ord* på ting som kunne representere antall. Øyne kunne for eksempel representere tallet 2, for alle har akkurat to øyne. Nese kunne representere tallet 1, hånd kunne representere tallet 5 siden vi har fem fingre osv. Hvert sted hadde sin måte å representere de forskjellige tallene på. Tallene stod ikke lenger for sauer eller mennesker eller hva det var de ville snakke om, men rett og slett for abstrakte tall. Tallet 3 kunne vise til hva som helst, fisk eller dager, bare det var 3 av dem. Menneskene hadde laget ideen om tall.

Tallsystemer

Kan du se forskjellen på 50 og 75 prikker uten å telle alle prikkene først? Hva med 130 og

132 prikker? Det hadde kanskje vært lettere om du hadde sortert prikkene i grupper, og så talte gruppene, ganget og la sammen? Etterhvert ble det nødvendig og gjøre nettopp dette.

Det er også en annen viktig grunn til at det ble nødvendig å sette tallene i system. Skal du ha ett ord til å representere hvert tall, blir det nødvendig å finne på (og huske) uendelig mange ord. Dette var umulig. Man måtte derfor finne et system der samme ord kunne bety *forskjellige* tall, alt etter sammenhengen det ble sagt i. Man måtte *gruppere* tallene. Måter å gruppere og ordne tall på, kaller vi for *tallsystemer*. Det har blitt utviklet mange ulike tallsystemer opp gjennom tidene.

Det første som måtte gjøres før et tallsystem kunne utvikles var å få oversikt over tallene. Man begynte å plassere tallene i stigende rekkefølge, det laveste først, så det nest laveste osv.:

1, 2, 3, 4... osv.

Man lærte rett og slett å telle. Så laget man systemer av tall der man bare hadde ord eller tegninger for noen tall, og så laget man nye tall ved å legge disse sammen. Hvis ordet hånd representerte tallet fem, kunne man si tallet 15 ved å si «hånd, hånd, hånd». Både egypterne, grekerne og romerne brukte et slikt system.

Posisjonssystemer

En av de mest fremragende måter å organisere tall på er å gi tallene verdi etter hvor de er posisjonert i forhold til hverandre. Dette kalles for et posisjonssystem. Vårt titallsystem er et slikt posisjonssystem. Tallet 3 betyr f.eks. ikke alltid 3, men kan bety helt andre tall. Når jeg for eksempel skriver 32, oppfatter vi tallet 3 som 30, og når jeg sier 3000 oppfatter vi tallet 3 som 3000.

Dere tror kanskje at det å gi tall verdi etter hvor de er plassert i forhold til andre tall er en innlysende måte å systematisere tall på? Men menneskene har faktisk bare funnet på dette fire ganger i løpet av historien:

- først av babylonerne ca 2000 år f.Kr.
- så av kineserne ca. 100 år f.Kr.
- av mayaene i Amerika ca. 300 år e.Kr.
- og til sist av indiske matematikere ca. 400 år e. Kr.

Tallet null – 0

Babylonerne var de første til å finne opp tallet null. Men både de, og mayaene som senere gjorde den samme oppfinnelsen, oppfattet egentlig ikke null som et tall. Det var et symbol på den tomme mengde, dvs. *ingenting*. Siden det var få som hadde bruk for et symbol som stod for *ingenting*, var dette tallet lite i bruk.

Fordi null var et begrep om *ingenting* kom hverken babylonerne eller mayaene på å bruke null på lik linje med andre tall i sine tallsystemer. Dette gjorde tallsystemene deres svært innfløkte. Tallene fikk verdi etter hvor de var plassert i forhold til hverandre. I tallet 32 fikk f.eks. tallet 3 verdi etter hvor det ble plassert i forhold til 2-tallet. Men hva når andre tall manglet? Da måtte man legge inn ord. Overført til vårt titallsystem ville 30 måtte skrives som 3 tiere, 100

som 1 hundrer osv. (Mayaene brukte forresten ikke titalssystem men tyvetallsystem, og babylonerne hadde et sekstitalssystem).

Men da *inderne* fant opp tallet null, oppfattet de det som et tall, slik vi bruker det i dag. Derved kunne det brukes i tallsystemet akkurat som andre tall, og kunne gi andre talltegn forskjellig verdi. Nå ble det mulig å skrive tall bare ved hjelp av talltegn, og man fikk helt andre muligheter til å skrive ned og løse kompliserte matematiske oppgaver.

Det binære tallsystem

På 1600-tallet oppfant den tyske matematikeren og filosofen Gottfried Leibniz (1646-1716) et tallsystem som bare hadde to grunntall, tallet 0 og tallet 1. Det kalles for det *binære* tallsystem. Men ingen så noen praktisk nytte i dette tallsystemet før på 1940-tallet da den første datamaskinen ble oppfunnet. I dag bruker alle datamaskiner det binære tallsystemet.

Fakta

Alle jordens folkeslag har på ett eller annet tidspunkt brukt hånden til å illustrere tall. Mange steder i verden – slik som i Kina, India, Tyrkia og i flere land i det gamle Sovjetunionen – bruker man fremdeles fingrene til å regne, man skriver ikke tallene.

Ved å bruke fingrenes ledd kan man lage kompliserte systemer for å vise og å regne med tall. Både araberne, egypterne, romerne, perserne og europeerne i middelalderen kunne vise tall fra 1 og helt opp til 9999 ved hjelp av en teknikk som minner om døvespråket. Kineserne utviklet dette så langt at de kunne telle til 100 000 på en hånd, og til ti milliarder på begge!

Visste du at

– for knapt 20 år siden skar en baker i en liten landsby i Frankrike ennå innsnitt i trestykker for å huske hvor mange brød den enkelte kunde hadde kjøpt på kreditt

– uten å benytte oss av telling kan de fleste mennesker bare forholde seg til mengder opp til en 3-4. Skal vi forholde oss til mengder større enn dette, er vi nødt til å telle, eller lære å telle dersom vi ennå ikke har lært det.

– i Peru, Bolivia og Vest-Afrika, på Hawaii, Karolinene og Ryukyu-øyene like ved det japanske øyriket, finnes det en metode som består i å registrere tall ved hjelp av knuter på snorer. Denne metoden dannet grunnlaget for det sinnrike arkivsystemet til det svært effektive inkastyret i Sør-Amerika.

Ideer til filosofiske samtaler

1. For veldig lenge siden hadde ikke menneskene begrep om tall og kunne derfor heller ikke telle. Tror du de tenkte annerledes enn oss på grunn av det? Tror du de opplevde verden annerledes? Hvordan tror du det hadde vært ikke å ha begrep om tall? Hadde du vært annerledes som menneske om du ikke hadde hatt begrep om tall?

Hvordan tror du de fant ut når de skulle feire bursdag? Hvordan fant de ut hvor gamle de var? Og hvordan holdt de orden på pengene sine? Ville du klart å handle i butikken dersom du ikke kunne telle? Hva om du kunne telle til to? Til tre? Må du kunne telle for å kunne:

- sykle?
- skrive brev?
- synge i kor?
- spille fotball?
- lese en bok?
- finne ut hvor mange elever det er i klassen?
- finne ut hvor mange stjerner det er på himmelen?

2. Man brukte etterhvert stener eller merker risset inn i ben for å huske antall. Hver sten eller hvert merke kunne da f.eks. representere en sau. Kunne de valgt noe annet enn ben og stener for å representere sauene? Hva med f.eks. hårstrå, blomster, vanndråper eller stjerner på himmelen? Er det noen fordeler med ben og stener fremfor hårstrå, blomster, vanndråper og stjerner på himmelen?
3. Hvorfor tror dere at tallene alltid har blitt organisert i stigende rekkefølge? Kunne man ikke like godt ha begynt med det høyeste tallet? Eller hva med først å telle med hvert femte tall, så med hvert fjerde, så med hvert tredje osv? Kunne vi ha ordnet tallene annerledes? Ville vi ha hatt en annen forståelse av tall da?
4. Filosofen Gottfried Leibniz «kastet bort» masse tid på noe som alle trodde var helt unyttig. Han utviklet et tallsystem basert på bare to talltegn. Han kunne helt sikkert ikke selv vite at dette ville være en av de viktigste oppfinnelsene i vår tid, han gjorde dette fordi han syntes det var interessant. Og det var helt sikkert ikke noen på hans tid som oppfattet dette arbeidet som nyttig.

Kan noe som ikke virker som nyttig i det hele tatt karakteriseres som arbeid? Synes dere at det er greit at noen mennesker skal få lov til bare å jobbe med det de synes er spennende, og ikke gjøre noe «nyttig»? I tilfelle ja, burde hvem som helst få lov til det, eller burde det være spesielle kriterier for det?

5. I «Den lille prinsen» av Antoine de Saint-Exupéry leser vi følgende:

«De voksne elsker tall. Hvis du forteller dem om en ny venn, spør de aldri om vesentlige ting. De spør aldri: «Hvordan var stemmen hans? Hva er det han helst vil leke? Samler han på sommerfugler?» Nei, de spør: «Hvor gammel er han? Hvor mange søsken har han? Hvor meget veier han? Hvor meget tjener faren hans?» Og da først tror de at de kjenner ham. Dersom du sier til en voksen: «Jeg har sett et nydelig rødt steinhus med geranier i vinduene og duer på taket,» så kan de slett ikke tenke seg hvordan det ser ut. Du skal si:

«Jeg har sett et hus til hundre tusen franc.» Og da vil de rope: «Å, så nydelig det er!»»

Den lille prinsen mener at de voksne aldri spør om vesentlige ting. Hva spør de om da? Kan alle de voksnes spørsmål besvares med et tall? Hva mener den lille prinsen er vesentlig ting? Kan spørsmålene til den lille prinsen besvares med et tall? Er alt som kan telles uvesentlig? Er alt som ikke kan telles vesentlig?